

8. **Ожегов А.Ю.** Верификация цифровых академических сертификатов с использованием технологии Blockchain. / А.Ю. Ожегов // Дни науки КФУ им. В.И. Вернадского: V Науч.-практ. конф. проф.-препод. состава, аспирантов, студ. и молодых ученых: сб. тез. участников; Физико-технический институт – Симферополь, 2019. – С. 66.
9. **Ожегов А.Ю.** Принцип работы системы цифровых академических сертификатов с использованием технологии Blockchain и разработка структуры цифровых сертификатов / А.Ю. Ожегов // Дни науки КФУ им. В.И. Вернадского: V Науч.-практ. конф. проф.-препод. состава, аспирантов, студ. и молодых ученых: сб. тез. участников; Физико-технический институт – Симферополь, 2019. – С. 67–68.
10. **Ожегов А.Ю.** Проектирование системы цифровых академических сертификатов с использованием технологии blockchain при помощи языка UML / А.Ю. Ожегов // Дни науки КФУ им. В.И. Вернадского: V Науч.-практ. конф. проф.-препод. состава, аспирантов, студ. и молодых ученых: сб. тез. участников; Физико-технический институт – Симферополь, 2019. – С. 69–71.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ



Филиппов Дмитрий Максимович

К. т. н., доцент кафедры компьютерной инженерии и моделирования Физико-технического института ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского»



Шуйский Александр Александрович

Студент Физико-технического института ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского»

Аннотация. Работа посвящена разработке новой эффективной численной модели нестационарных электродинамических процессов, протекающих в электротехнических системах, с целью оптимального проектирования элементов конструкций таких систем. Данная математическая модель представлена в виде системы интегро-дифференциальных уравнений относительно плотности вторичных источников: вихревых токов, электрических зарядов и магнитных диполей. При численном решении системы интегро-дифференциальных уравнений плотности вторичных источников были аппроксимированы кусочно-постоянными функциями. В целях повышения вычислительной эффективности метода коллокаций разработана и реализована новая численная модель, основанная на применении интегрального соотношения для нормальной компоненты плотности тока. Математическая модель трёхмерного магнитного поля систем, содержащих ферромагнетики, представлена в виде модифицированного интегрального уравнения относительно плотности двойного слоя фиктивных магнитных зарядов. Результаты исследования могут быть внедрены в такие отрасли реального сектора экономики как распределённая, в том числе возобновляемая, энергетика, электротранспорт, приборы и устройства неразрушающего контроля и др. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-00962.

Ключевые слова: вихревые токи, система интегро-дифференциальных уравнений, метод вторичных источников, двойной слой фиктивных магнитных зарядов, система линейных алгебраических уравнений.

Abstract. The project is dedicated to the development of a new effective numerical model of non-stationary electrodynamic processes occurring in electrical systems with the aim of optimal design of structural elements of such systems. This mathematical model is presented in the form of a system of integro-differential equations for the density of secondary sources: eddy currents and electric charges. In the numerical solution of the system of integro-differential equations, the densities of the secondary sources were approximated by piecewise constant functions. In order to increase the computational efficiency of the collocation method, a new numerical model based on the use of the integral relation for the normal component of the current density has been developed and implemented. The mathematical model of the three-dimensional magnetic field of systems containing ferromagnets is presented in the form of a modified integral equation for the density of the double layer of fictitious magnetic charges. The results of the project can be implemented in such sectors of the real sector of the economy as distributed, including renewable, energy, electric vehicles, non-destructive testing devices and devices, etc. Acknowledgments: The reported study was funded by RFBR, project number 20-08-00962.

Keywords: eddy currents, system of integro-differential equations, method of secondary sources, double layer of fictitious magnetic charges, system of linear algebraic equations.

Введение

Задача численного моделирования нестационарных электродинамических процессов, вызванных, в общем случае, взаимным перемещением в пространстве массивных ферромагнитных проводников, расположенных в электромагнитном поле непериодических источников возникает, например, при проектировании электрических машин, систем вихретокового неразрушающего контроля и др. В настоящем исследовании предлагаются новые модифицированные дискретно-полевые модели, основанные на концепции вторичных источников, таких как двойной слой фиктивных магнитных зарядов, простой слой электрических зарядов, объёмная плотность вихревых токов [1], которые меняются во времени по произвольному закону. Преимущества метода вторичных источников выражаются в отсутствии необходимости дискретизации области пространства, не заполненного веществом, что значительно снижает трудоёмкость вычислений, особенно в случае необходимости учёта в расчётной области микроскопических зазоров или дефектов сложной конфигурации.

Как правило, граничные интегральные уравнения решаются методом коллокаций [2], который, однако имеет недостатки, которые не позволяют решить задачу, особенно при наличии сложной расчётной области. В настоящей работе предложен подход, который является альтернативой методу коллокаций для численного решения граничных интегральных уравнений, и лишён недостатков, присущих методу коллокаций.

С использованием разработанной вычислительной модели и компьютерной программы, реализующей эту модель:

а) исследовано распределение вихревых токов в объектах контроля для задачи вихретоковой магнитооптической дефектоскопии; на основании данного исследования в дальнейшем будут получены рекомендации по оптимизации конструкции индуктора дефектоскопа,

б) осуществлены оптимизационные расчёты конструкции электрической машины осевого потока

с безжелезным статором, предложена новая конструкция электрической машины осевого потока повышенной энергоэффективности, которая будет использована в качестве тягового двигателя лёгких колёсных транспортных средств, а также в качестве стартер-генератора в гибридных системах энергообеспечения беспилотных летательных аппаратов.

Численная модель квазистационарного электромагнитного поля вблизи проводящих тел контроля для задач вихретоковой магнитооптической дефектоскопии

Приведём численную модель квазистационарного электромагнитного поля системы проводников, расположенных во внешнем поле первичных источников, меняющихся во времени по произвольному закону [3]:

$$\sigma_{k,i} - \frac{1}{2\pi\Delta S_k} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{N_s} \sigma_{j,i} \int_{\Delta S_j} \int_{\Delta S_j} \frac{(\mathbf{r}_{PQ} \cdot \mathbf{n}_Q)}{r_{PQ}^3} dS_P dS_Q = -\frac{\varepsilon_0 \mu_0}{2\pi\Delta S_k} \sum_{m=1}^{N_V} \frac{\partial \delta_{m,i}}{\partial t} \mathbf{n}_Q \int_{\Delta S_m} \int_{\Delta S_m} \frac{dV_N dS_Q}{r_{QN}} - \frac{2\varepsilon_0}{\Delta S_k} \int_{\hat{\Gamma}_k^{\Delta S_k}} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{A}_0(Q, t_i), \mathbf{n}_Q) dS_Q, \quad k=1, 2, \dots, N_s - 1; \\ i=0, 1, \dots, N_T - 1; \\ \sum_{k=1}^{N_s} \sigma_{k,i} \Delta S_k = q(t_i), \quad i=0, 1, \dots, N_T - 1; \\ \delta_{k,i} = -\frac{\gamma \mu_0}{4\pi} \sum_{m=1}^{N_V} \frac{\partial \delta_{m,i}}{\partial t} \int_{\Delta V_m} \frac{dV_N}{r_{MN}} + \frac{\gamma}{4\pi \varepsilon_0} \sum_{m=1}^{N_s} \sigma_{m,i} \int_{\Delta S_m} \frac{\mathbf{r}_{PM}}{r_{PM}^3} dS_P - \gamma \partial \mathbf{A}_0(M_k, t_i) / \partial t, \\ k=1, 2, \dots, N_V, \quad i=0, 1, \dots, N_T - 1. \quad (3)$$

В (1)–(3) входит: $\sigma_{k,i}$ – значение искомой поверхностной плотности электрических зарядов на k -м элементе разбиения поверхности S проводника в момент времени t_i (число элементов разбиения поверхности равно N_s , число интервалов

времени равно N_T); ΔS_k – площадь элемента разбиения; \mathbf{r}_{PQ} – радиус-вектор, проведённый из точки $P \in \Delta S_j \in S$ в точку $Q \in \Delta S_k \in S$; \mathbf{n}_Q – внешняя нормаль к поверхности в точке Q ; $\delta_{m,i}$ – значение искомой объёмной плотности токов проводимости (вихревых токов) в пределах m -го элемента разбиения объёма V проводника в момент времени t_i (число элементов разбиения объёма равно N_V); r_{QN} – расстояние между точками $Q \in \Delta S_k \in S$ и $N \in \Delta V_m \in V$; $\mathbf{A}_0(Q, t_i)$ и $\mathbf{A}_0(M, t_i)$ – значения векторного потенциала первичных источников электромагнитного поля в точках $Q \in \Delta S_m \in S$ и $M \in \Delta V_k \in V$ соответственно, в момент времени t_i ; $q(t_i)$ – значение полного электрического заряда проводника в момент времени t_i . Для приведённой вычислительной схемы строится итерационная процедура. Производные, входящие в (1)–(3) вычисляются численно методом Рунге-Кутты.

На основании разработанной вычислительной модели осуществлено моделирование электромагнитного поля в проводнике с дефектом (рис. 1.)

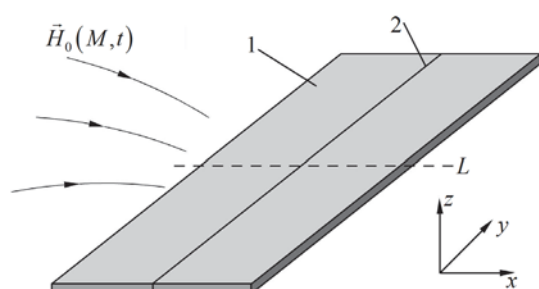


Рис. 1. Проводник с дефектом в виде тонкой продольной щели

Проводник изготовлен из алюминия толщиной 0.3мм. Протяжённость щели составляет 14мм, ширина щели 40мкм. Проводник помещён в переменное магнитное поле, создаваемое катушкой с током (ток периодический с амплитудой 5А). Частота тока при расчётах и измерениях выбиралась равной 20кГц и 60кГц.

На рис. 2 показаны топограммы магнитного поля над пластиной с дефектом для частоты 20кГц, полученные расчётным путём (рисунки а и в) и снятые экспериментально методом магнитооптической интроскопии [4] (рисунки б и г).

Приведённые на рис.2 результаты соответствуют двум различным фазам тока индуктора. Случаи а) и б) фаза тока соответствуют минимальному значению тока (–5А), случаи в) и г) – максимальному (+5А). Инверсия магнитооптических образов зависит от направления поля и объясняется эффектом Фарадея. Наличие всплесков поля над проводящим образцом объясняется увеличением плотности вихревых токов вблизи границ между средами.

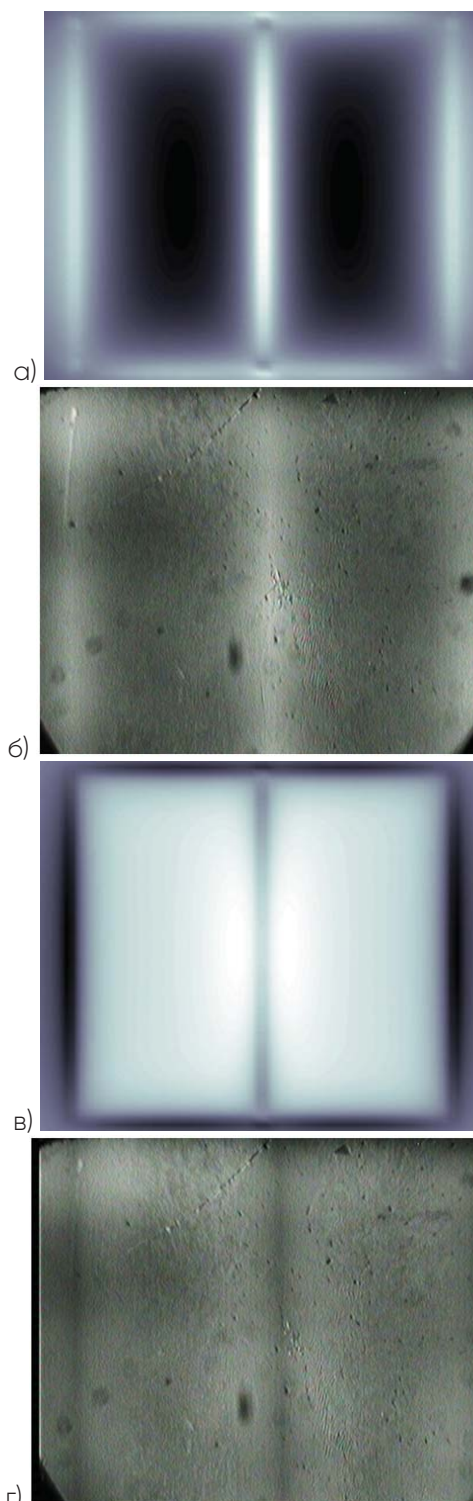


Рис.2. Топограммы магнитного поля и магнитооптические образы.

На рис.3 показано распределение вихревых токов в поперечном сечении проводника (сечение проведено плоскостью, проходящей через отрезок L , показанный на рис.1) в момент времени, соответствующий току индуктора –5А.

Как видно из рис.3, наличие дефекта в проводнике приводит к разрыву плотности вихревых токов. В случае отсутствия дефекта плотность вихревых токов в координате $x=0$ была бы равна нулю. Всплеск

плотности тока в области проводника, прилегающей к дефекту, обуславливает экстремум магнитного поля над дефектом, благодаря чему наблюдается контрастная картина магнитооптического образа.

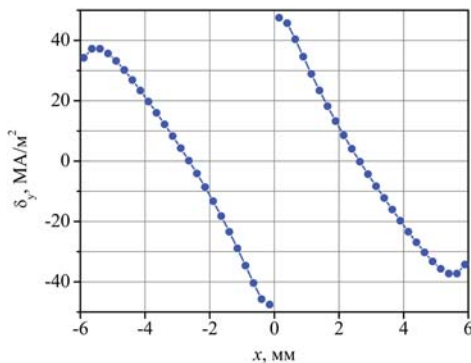


Рис.3. Распределение плотности вихревых токов в сечении проводника с дефектом

Отметим, что наличие в расчётной области микроскопического дефекта, незаполненного веществом, приводит, как видно из результатов, к значительному градиенту поля в данной области, в связи с этим, расчёт поля в указанной области требует значительных вычислительных ресурсов. На рис.4 показаны графики сходимости предложенного в проекте численного метода, описываемого процедурой (1)–(3), и классического метода коллокаций от числа разбиений поверхностей проводника.

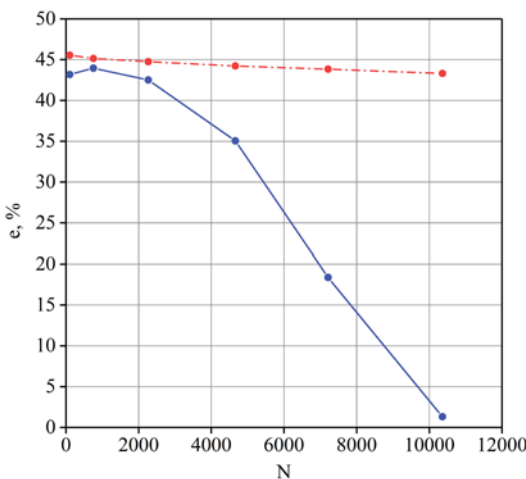


Рис.4. Сходимость предложенного метода (синий график) и классического метода коллокаций (красный график) от числа разбиений поверхностей проводника

Из графиков рис.4 видно, что классический метод коллокаций не позволяет получить решение задачи при приемлемом числе разбиений.

Численная модель трёхмерного магнитного поля электрических машин осевого потока

Приведём численную модель трёхмерного магнитного поля магнитных систем, основанную на мо-

дификации метода двойного слоя фиктивных магнитных зарядов.

Двойной слой магнитных зарядов представляет собой распределённые вдоль границы ферромагнитных сред слои разноимённых магнитных зарядов, и бесконечно близко прилегающие к этой границе.

Классическое граничное интегральное уравнение относительно искомой плотности двойного слоя фиктивных магнитных зарядов имеет следующий вид [5]:

$$(4) \quad v(Q) + \frac{1}{2\pi} \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} \oint_S v(P) \frac{(\vec{n}_P, \vec{r}_{PQ})}{r_{PQ}^3} dS_P = -2 \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} \varphi_0(Q),$$

где $v(Q)$ – плотность двойного слоя в точке $Q \in S$; S – граница между средами (в данном случае между ферромагнетиком и пустотой); μ – магнитная проницаемость ферромагнитной среды; \vec{r}_{PQ} – радиус-вектор, проведённый из точки $P \in S$ в точку $Q \in S$;

$\varphi_0(Q)$ – скалярный магнитный потенциал первичных источников поля.

Как известно скалярный магнитный потенциал является функцией неоднозначной, и для её вычисления необходимо вводить в область условные непроницаемые перегородки [5]. Процедура введения непроницаемых перегородок практически не поддаётся автоматизации, поэтому пользователь метода, наряду с заданием геометрии расчётной области, расположением источников первичного магнитного поля, заданием свойств материалов, входящих в область, вынужден также задавать условные непроницаемые перегородки. Как следствие, стандартный метод двойного слоя не применим на практике.

Ниже приведена новая модифицированная вычислительная модель для метода двойного слоя, лишённая перечисленных недостатков, присущих классическому методу двойного слоя.

$$v_i - v_k - \frac{\mu - \mu_0}{2\pi(\mu + \mu_0)} \left\{ \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^N v_m \int_{\Delta S_m'} \int_{\Delta S_m} \frac{3(\vec{r}_{PQ}, \vec{n}_P) \vec{r}_{PQ} - r_{PQ}^2 \vec{n}_P}{r_{PQ}^5} dS_P d\vec{l}_Q + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^N v_m \int_{\Delta S_m''} \int_{\Delta S_m} \frac{3(\vec{r}_{PQ}, \vec{n}_P) \vec{r}_{PQ} - r_{PQ}^2 \vec{n}_P}{r_{PQ}^5} dS_P d\vec{l}_Q \right\} = 2 \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} \int_{\Delta S_k' + \Delta S_k''} \vec{B}_0(Q) d\vec{l}_Q$$

$$i = i_1, i_2, i_3, \quad k = 1, 2, \dots, N. (5)$$

В (5) $\vec{B}_0(Q)$ – индукция магнитного поля свободных источников в точках поверхности ферромагнетика.

Обозначения, введённые в (5) понятны из рис. 5.

Рассмотрим электрическую машину осевого потока с безжелезным статором [6–9]. Ротор такой машины представляет собой два ферромагнитных диска с постоянными магнитами. Статор представляет собой совокупность медных катушек, соединённых между собой в трёхфазную электри-

ческую схему, и залитых эпоксидным компаундом. Электрическая машина номинальной мощности 2кВт была изготовлена и испытана на стенде. С использованием разработанной вычислительной модели (5) проведено моделирование магнитного поля машины осевого потока, расчётным и экспериментальным путём получены интегральные характеристики машины, такие как вращающий момент и против-ЭДС.

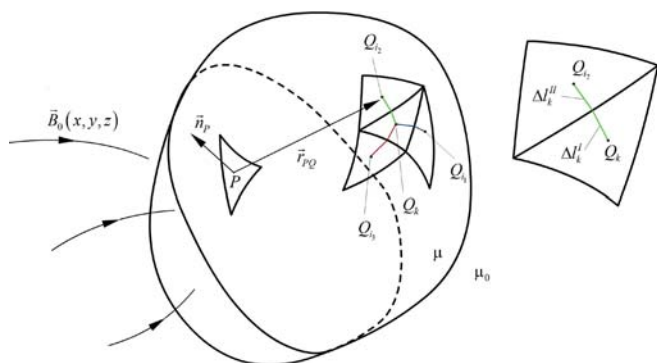


Рис.5. К выводу СЛАУ для двойного слоя

Приведём сопоставление результатов моделирования с экспериментом. На рис.6 показаны характеристика холостого тока машины, а также зависимость вращающего момента от тока в обмотке. Точками отмечены величины, полученные экспериментально, сплошными линиями – полученные расчётным путём.

Интегральные характеристики, такие как действующее значение ЭДС или среднее значение вращающего момента (рис.6) отличаются от экспериментально измеренных не более чем на 3,1%.

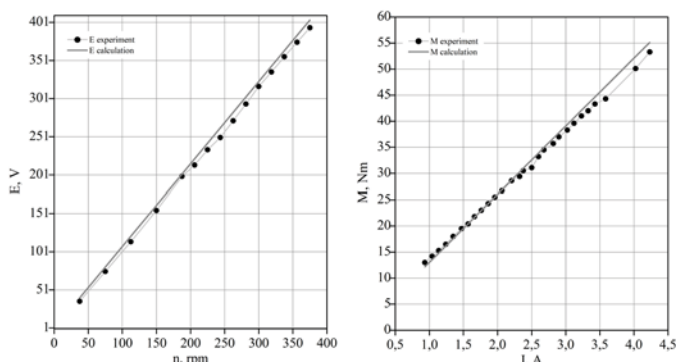


Рис.6. Характеристика холостого хода (а) и электромеханическая характеристика (б)

С использованием разработанной математической модели спроектирована новая конструкция машины осевого потока, особенностью которой является неравномерный вдоль радиуса немагнитный зазор. Такое решение позволяет обеспечить максимально плотное заполнение статора медью, а также, существенно (на 25%) увеличить магнитный поток в зазоре электрической машины. Предложенная конструкция машины осевого потока может быть использована в электротранспорте, в качестве тягового

двигателя, встроенного в колесо транспортного средства, или в качестве стартер-генератора для систем гибридного энергоснабжения беспилотных летательных аппаратов.

С использованием численной модели (5) для предложенной конструкции машины осевого потока был спроектирован (но пока не изготовлен) тяговый двигатель для привода мотор-колеса электросамоката. Особенностью предложенного двигателя является его работа на более низком напряжении и, в тоже время, на более высоком токе, поскольку импеданс обмотки такого двигателя на порядок ниже двигателя традиционной конструкции. В таблице 1 приведены сравнительные характеристики двигателя традиционной конструкции от электросамоката Halten RS-03 и двигателя предложенной конструкции.

Таблица 1
Сравнение характеристик двигателей

Параметр	HALTEN RS-03	Предлагаемая модель
Номинальная мощность, Вт	1200	525 (в пике до 1575Вт)
Напряжение АКБ, В	60	14,4
Емкость АКБ, Ач	24	67
Вращающий момент, Нм	8 / 11,5	5 (∞) / 14,5 (до 5 сек)
Номинальная скорость, об/мин	1000	1000 (5000 у двигателя)
Число полюсов	30	8
Импеданс на номинальной частоте, мОм	550	55
Фазное сопротивление, мОм	65	18
Индуктивность, мкГн	350	25
Масса постоянных магнитов, г	335	335
Масса медной обмотки, г	400	150
Масса статора, г	1750	300

Электрическая машина предложенной конструкции имеет существенно более высокую номинальную скорость, но меньший продолжительный вращающий момент. Поэтому такой двигатель предлагается эксплуатировать в комбинации с планетарным редуктором (коэффициент редукции 1:5). Значения моментов, указанные в таблице 1, относятся к выходному моменту редукторного привода на основе предложенной электрической машины не будет ниже 82%, что не хуже привода мотор-колеса стандартной конструкции. По остальным параметрам ожидается существенное преимущество (масса, продолжительность хода и др.).

Заключение

В проекте предложены оригинальные математические модели, позволяющие учитывать трёхмерность распределения магнитного поля, вихревые

токи в проводниках, содержащих микроскопические дефекты. В дальнейшем планируется объединить численные модели (1)–(3) и (5) для решения задач на вихревые токи с учётом ферромагнитных проводников, находящихся во взаимном перемещении в пространстве.

Разработанные численные модели, и их программная реализация, прошли стадию верификацию на экспериментальных моделях. С применением данных моделей спроектированы новые устройства, которые в ближайшее время планируется также изготовить.

По материалам проекта опубликовано 8 научных работ (в том числе 2 в рецензируемых изданиях, входящих в б.д. Scopus и Web of Science), одна публикация находится на стадии рецензирования, подготовлена заявка на полезную модель. Проект представлен на конкурс УМНИК 2019г. Фонда содействия инновациям по теме «Электрические машины осевого потока повышенной энергоэффективности для лёгкого наземного и воздушного электротранспорта» и успешно прошёл стадию полуфинала. По текущим результатам получен Диплом I степени в конкурсе среди студентов старших курсов в секции «8 – Магнетизм» за доклад «Применение интегро-дифференциальных уравнений к моделированию электромагнитного поля вихревых токов» на конференции ВНКФ-25, а также диплом I степени в номинации «Физико-технические науки и технологии» на конкурсе ВИК 2019. Проект удостоен премии Государственного Совета Республики Крым «За научные достижения в сфере приоритетных направлений развития Республики Крым» в номинации «Технические науки» в 2020 году. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-00962.

Список литературы

1. **Zhiltsov, A.**, The calculation of the magnetic field in the working area of the linear motor with permanent magnets / A. Zhiltsov, D. Sorokin. // 16th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE) – 2015 – 252–254pp.
2. **Ramm, A.G.** Application of the asymptotic solution to EM field scattering problem for creation of media with prescribed permeability / A.G. Ramm, M.I. Andriychuk // Journal of Applied Mathematics and Computing. – 2014. – 45(1-2), 461–485pp.
3. **Filippov, D.M.** Improving efficiency of the secondary sources method for modeling of the three-dimensional electromagnetic field of eddy currents / D.M. Filippov, A.A. Shuysky // Progress in Electromagnetics Research M., vol. 2, pp.3–8, 2019.
4. **Вишневский В.Г.** Магнитооптический вихретоковый контроль: интроскопический и магнитографический методы / В.Г. Вишневский, В.Н. Бержанский, Г.П. Козик и др. // Учёные записки ТНУ имени В. И. Вернадского. Серия «Физико-математические науки». – 2011. – Т. 24 (63), № 2. – С. 127–140.
5. **Ishibashi K.** Improvement of Unified Bondary Integral Ewuation Method in Magnetostatic Shielding Analysis / K. Ishibashi, T. Yoshioka, S. Wakao, Y. Takahashi // IEEE Transaction on Magnetics. – Vol.50, No.2. – 2014.
6. **Price, G.P.** Design and Testing of a Permanent Magnet Axial Flux Wind Power Generator / G.P. Price, T.D. Batzel, M. Comanescu, B.A. Muller // Proceeding of the 2008 IAJC-IJME International Conference (November 17–19, 2008; Music City Sheraton, Nashville, TN, USA). – 2008. – 15 p.
7. **Chan, T.F.** An Axial-Flux Permanent-Magnet Synchronous Generator for a Direct-Coupled Wind-Turbine System/ T.F. Chan, L.L. Lai // IEEE Transaction on Energy Conversion. – 2007. – Volume 22. – pp. 86–94.
8. **Bastiaens, K.** Design of an Axial-Flax Permanent Magnet Machine for an In-Wheel Direct Drive Application / K. Bastiaens, J.W. Jansen, S. Jumayev, E.A. Lomonova // 2017 IEEE International Electric Machines and Drive Conference (IEMDC, May 2017) – 6 p.
9. **Friedrich, L.A.J.** Design of an Axial-Flux Permanent Magnet Machine for a Solar-Powered Electric Vehicle / L.A.J. Friedrich, K. Bastiaens, B.L.J. Gysen, D.C.J. Krop, E.A. Iomonova // 2018 Thirteen International Conference on Ecological Vehcicles and Renewable Energiens (EVER) (Monte-Carlo, Monaco, 10–12 April 2018). – 6 p.