

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАНОСА АВТОМОБИЛЯ**Панов Николай Николаевич**

заместитель начальника отдела охраны комплексной безопасности,
Московского политехнического университета

Аннотация: В исследование было проанализировано применение приближенного математического моделирования движения автомобиля в процессе заноса.

Ключевые слова: Математическое моделирование, спорт, автомобиль, методика.

Abstract: The study analyzed the use of approximate mathematical modeling of the car in the process of skidding.

Keywords: Mathematical modeling, sports, car, technique.

Введение. Автомобильная отрасль является достаточно развитой в мире. Рынок заставляет автопроизводителя повышать качество и надёжность выпускаемых автомобилей. Особенно берется во внимание вопрос о предотвращение заноса автомобиля. Разработка прочного и безопасного автотранспорта предполагает построение и анализ соответствующих математических моделей на первом этапе проектирования[2]. Статические математические модели дают возможность исследования эффективности так называемым пассивным средством безопасности, предназначенные для защиты жизни водителя и пассажиров автомобиля в случае аварии. К ним относятся инерционные ремни, подушки безопасности, мягкий элемент передней панели, безопасные стекла, энергопоглощающие бамперы, различные элементы, усиливающие жесткость корпуса автомобиля. Использование динамических моделей позволяет оценить влияние параметров конструкции автомобиля на его движение, разработать эффективный алгоритм управления автомобилем и реализовать их в виде так называемым средств активной безопасности. В отличии о пассивных, средства активной безопасности контролируют движение и вмешиваются в процесс управления автомобилем, помогая снизить вероятность возникновения аварийных ситуаций и минимизировать их негативные последствия. К ним относятся антиблокировочная и антипробуксовочная системы, система курсовой устойчивости, электронная система блокировки дифференциала и проч. Динамические модели используются также при разработке программного обеспечения для различных тестовых стендов и тренажеров, позволяющих сформировать у водителей необходимые навыки управления автомобилем. По статистике большинство автомобильных аварий происходит вследствие потери сцепления колес с дорогой, приводящее к возникновению заноса[3].

Цель работы. Изучить движение автомобиля в

процессе заноса.

Задачи исследования

1. Спрогнозировать движения автомобиля в процессе заноса с помощью дифференциальных уравнений
2. Проанализировать применение приближенного математического моделирования движения автомобиля в процессе заноса

Для описания движения применяется «велосипедная» модель. Основной целью работы является упрощение исходной системы уравнений модели, т.е. построение набора приближенных моделей более низкого порядка, позволяющих в реальном времени описывать как движение автомобиля в режим псевдоскольжения колес, так движение при потере сцепления колес с дорогой. Приближенные модели должны быть пригодны, как для исследования класса медленных, траекторных, движений, включающих разгон, торможение и занос автомобиля, необходимого для оценки дорожной ситуации, так и для исследования быстрых движений, необходимого для построения алгоритмов предотвращения или парирования уже начавшегося заноса автомобиля [1,3].

Результаты исследования

Занос определяется следующим образом. Рассмотрим движение автомобиля на конечных интервалах времени $T \sim T_0$, в течение которых развиваются процессы разгона, торможения, поворота. Зададимся программным, невозмущенным, движением, например, движением по средней линии дорожной полосы с требуемой путевой (продольной) скоростью. Будем предполагать, что соответствующие программные значения угла поворота передних колес, разгонных и тормозных моментов не превосходят ограничений, определяемых нормами безопасности движения. Зададимся начальными отклонениями 5σ параметров бокового движения автомобиля от их невозмущенных, программных, значений. Если за рассматриваемое конечное время T_0 эти отклонения возрастают до не-

приемлемых по требованиям безопасности движения значений ϵ_0 , то будем называть режим движения заносом. Изучение движения автомобиля проводится «велосипедной» модели. В рамках этой модели передних колес автомобиля заменяются одним эквивалентным передним колесом, задние – одним задним. Движение переднего колеса управляет водитель или адаптивная система управления, оси вращения заднего колеса фиксирован в корпусе. Предполагается, что корпус и колесо модели являются абсолютно жесткими и он не имеет боковых наклонов. «Велосипедная» модель широко используется в литературе при описании движения колесных транспортных средств с малыми боковым наклонам в ситуациях, когда можно пренебречь различиям между характеристиками сцепления правых и левых колес одной оси с дорогой представлен на рисунке 1

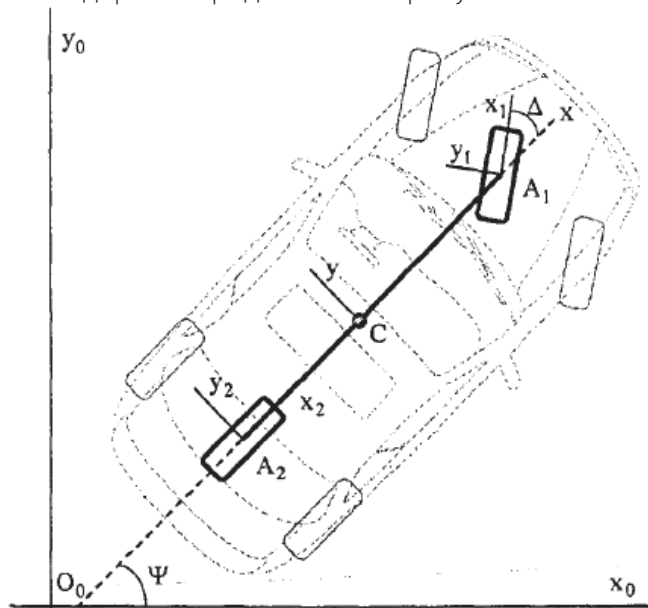


Рисунок 1 Велосипедная модель автомобиля

Для вывода уравнения движения модели в работе определяются следующие системы координат: С опорной плоскостью, моделирующей дорогу, связывается неподвижны трехгранным $O_0x_0y_0z_0$, с корпусом и колесами модели – трехгранник C_{xyz} , $A_1x_1y_1z_1$ и $A_2x_2y_2z_2$. Здесь С – цент масс системы; точка A_1 и A_2 лежа и пересечение продольных плоскостей симметрии переднего и заднего колес и осей вращения; ос O_0z_0 , C_x , A_1z_1 , A_2z_2 ориентирован по вертикали; ос C_x , A_1x_1 , A_2x_2 лежа в плоскостях продольно симметрии корпус и коле соответственно и направлен вперед по ходу движения. Положение модели задается координатами X, Y и центр масс в системе координат $O_0x_0y_0z_0$, углом Ψ поворот корпуса, углом ϕ_1 , ϕ_2 поворот коле вокруг осей A_1y_1 , A_2y_2 и углом Δ поворота переднего колеса относительно корпуса

вокруг оси A_1z_1 . Для автомобиля величин Δ не превышает 0,5 рад. Уравнения движения модели и уравнения изменения количества движения и кинетического момент систем в целом относительно центра масса проекции на оси трехгранника, уравнения изменения кинетического момента переднего и заднего колес относительно осей A_1y_1 , A_2y_2 их вращения, уравнения изменения кинетического момента системы, образованно передним колесом и механизмом рулевого управления, относительно оси A_1z_1 и кинематическим соотношений:

$$M \frac{dV_1}{dT} = Px1 \sin \Delta + Pyl \cos \Delta + Py2 - MVx\Omega z + Fy,$$

$$0 = N1 + N2 - Mg$$

$$0 = -AN1 + BN2 -$$

$$-(Px1 \cos \Delta - Pyl \sin \Delta + Px2)H + Px1R - L1 + Px2R - L2$$

$$(Iz - Izl) \frac{d\Omega z}{dT} =$$

$$= (Px1 \sin \Delta + Pyl \cos \Delta)A - Py2B + Mx - M \Delta$$

$$I \frac{d\Omega 1}{dT} = -Px1R + L1,$$

$$I \frac{d\Omega 2}{dT} = -Px2R + L2$$

$$Iz l \frac{d\Omega \Delta}{dT} = M \Delta - Iz l \frac{d\Omega z}{dT},$$

$$\frac{d\psi}{dT} = \Omega z \quad \frac{d\Delta}{dT} = \Omega \Delta$$

$$\frac{dX}{dT} = Vx \cos \psi - Vy \sin \psi$$

$$\frac{dy}{dT} = Vx \sin \psi + Vy \cos \psi$$

Здесь T – размерное время; V_x – проекция вектора скорости автомобиля ос x ; V_y – вертикальная составляющая угловой скорости корпуса; $\Omega_1 = d\phi_1 / dT$, $\Omega_2 = d\phi_2 / dT$ – угловые скорости вращения колес вокруг осей A_1y_1 , A_2y_2 соответственно; Ω_Δ – угловая скорость вращения переднего колеса относительно корпуса вокруг оси A_1z_1 ; $I^M \rho^A$ – при-

веденный момент инерции корпуса автомобиля относительно оси Cz, M – приведенная масса корпуса, r_z – соответствующий радиус инерции; M – приведенная масса автомобиля; $I = m r_z^2$, $I_z = m r_z^2$ – осевой момент инерции колес и приведенный момент инерции переднего колеса и механизма рулевого управления относительно оси A^; m, p, r_z – масса колес и соответствующих радиусы инерции; R – радиус колес; A, B – продольные расстояния от центра массы автомобиля до передней и задней оси соответственно; H – высот центр масс на опорной плоскостью; P_x, P_y, N_j – соответственно, проекции на оси трехгранников $A_j X_j Y_j Z_j$ касательных и нормальных составляющие контактных сил взаимодействий j-го колес с опорной плоскостью (j = 1,2); L_1, L_2 – моменты, приложенные, соответственно, к переднем и заднем колеса со сторон корпуса, которых могу быт разгонным (о двигателя) или тормозными; M – момент рулевого привода, приложенных к переднему колес относительно ос A[Z; F_x, F_y, M_z – соответствующих проекции возмущающих сил и моментов; g – ускорения свободного падения. Координат ϕ_1, ϕ_2 являются циклическим и в уравнения (1) не входят. Величин L_1, L_2 и M рассматриваются в качестве управлений, изменяющихся и характерны времена $T \sim T_0$ ил $T > T_0$. Современные автомобиля проектируются таки образом, что $p \ll AB$, $H < A + B$. Для большинство автомобиле отношения масс колес к приведенного массе автомобиля мало: $\frac{m}{M} \sim 10^{-2} - 10^{-1}$. Выражения для нормальных составляющих контактных сил N_1, N_2 определяются и третьего и четвертого уравнения систем (1). В работе рассматриваются движения, для которых $N_1, N_2 > 0$, т.е. колес отрываются дороги. Используется модель касательных составляющих контактных сил, позволяющей описывать явление псевдоскольжения колеса, так и его движения в случае потери сцепления с дорогой

$$P_{xj} = -\mu_{xj} N_j \frac{E_{xj}}{E_j} p(E_j),$$

$$P_{yj} = -\mu_{yj} N_j \frac{E_{yj}}{E_j} p(E_j) \quad (j=1,2)$$

Здесь μ_{xj}, μ_{yj} – коэффициент кулонов трения скольжения в продольно и боково направления относительно плоскостей симметрии колес;

$$E_{xj} = \frac{U_{xj}}{\Omega_j R},$$

$$E_{yj} = \frac{U_{yj}}{\Omega_j R} \quad (j=1,2)$$

– относительны проскальзывании контактирующих поверхностей коле и опорно поверхности в про-

дольно и бокового направлениях, $E_j = \sqrt{E_{xj}^2 + E_{yj}^2}$,

$$U_{x1} = V_x \cos \Lambda + (V_y + \Omega_z A) \sin \Lambda - \Omega_1 R$$

$$U_{y1} = -V_x \sin \Lambda + (V_y + \Omega_z A) \cos \Lambda$$

$$U_{y1} = -V_x \sin \Lambda + (V_y + \Omega_z A) \cos \Lambda$$

$$U_{x2} = V_x - \Omega_2 R, \quad U_{y2} = V_y - \Omega_2 B$$

– проекции скоростей точечного контакта колес на ос $A_j X_j, A_j Y_j$ трехгранников $A_j X_j Y_j Z_j$ ($j = 1,2$). Для зависимости $p(E_j)$ и (2) принят кусочно-линейная аппроксимация. Для автомобильных колес ширина линейной зоны, отвечающей режимом псевдоскольжения колес, $\epsilon \ll 0,1$. В пределах указанной зоны касательная составляющая контактной силы достигает своего предельного значения и становится равно кулоновой сил трения скольжения.

Если при движении j-го колеса справедливо неравенство

$$E_j < \epsilon$$

То считается, что колесо не теряет сцепление с дорогой, если

$$E_j \geq \epsilon$$

– колесо теряет сцепление с дорогой. Уравнения (1)-(4) образуют замкнутую систему. Для того, чтобы однозначно определить движения автомобиля, необходимо задать начальное условие, возмущения F_x, F_y, M_z и управления L_1, L_2, M . Математическая модель (1M4) не учитывает влияние на движение автомобиля моментов «верчения», возникающих при контакте колес с опорной плоскостью. соответствие с (2), (5), необходимы и достаточны условия реализации режима движения автомобиля без потери сцепления колес с дорогой имеют вид

$$\left(\frac{P_{x1}}{\mu_{x1} N_1} \right)^2 + \left(\frac{P_{y1}}{\mu_{y1} N_1} \right)^2 < 1,$$

$$\left(\frac{P_{x2}}{\mu_{x2} N_2} \right)^2 + \left(\frac{P_{y2}}{\mu_{y2} N_2} \right)^2 < 1$$

Из (2) следует, что при начальных условиях, возмущения и управлениях, обеспечивающих выполнение неравенств (6), соответствующе выбранному номер j неравенств и (7) переходи в равенство

$$\left(\frac{P_{xj}}{\mu_{xj} N_j} \right)^2 + \left(\frac{P_{yj}}{\mu_{yj} N_j} \right)^2 = 1$$

В работе проводилась оценка слагаемых, стоящих в правых и левых частях четвертого и пятого уравнения систем (1). Было показано, что $P_x / R - L_1 + P_x / 2R - L_2$ по сравнению с остальными слагаемыми в четвертого уравнения систем (1) может быт оценен параметром

$$\epsilon_1 = \mu \frac{g^2}{R^2} \frac{R}{(A+B)} \sim 10^{-3} - 10^{-2}$$

Малость величин $(\tilde{I} - I_{zj} - I_z)$ и по сравнению с приведенными моментом $I_z = M \varrho_z^2$ инерции автомобиля относительно осей (-- соответствующий радиус инерции) и моментами контактных сил соответственно может быть оценена множителем. Указанные малые величины отвечают проекциям векторов кинетических моментов колес автомобиля на ось и механизма рулевого управления на ось. После пренебрежения ими система (1) перейдет к системе из

$$M \frac{dV_x}{dT} = P_{x1} \cos \Delta - P_{y1} \sin \Delta + P_{x2} + MV_y \Omega_z + F_x,$$

$$M \frac{dV_y}{dT} = P_{x1} \sin \Delta + P_{y1} \cos \Delta + P_{y2} - MV_x \Omega_z + F_y,$$

$$0 = N_1 + N_2 - Mg$$

$$0 = -AN_1 + BN_2 - (P_{x1} \cos \Delta - P_{y1} \sin \Delta + P_{x2})H$$

$$I_z \frac{d\Omega_z}{dT} = (P_{x1} \sin \Delta + P_{y1} \cos \Delta)A - P_{y2}B + M_z$$

$$I \frac{d\Omega_1}{dT} = P_{x1}R + L_1, \quad I \frac{d\Omega_2}{dT} = P_{x2}R + L_2$$

$$I_{x1} \frac{d\Omega_\Delta}{dT} = M_\Delta R - I_{z1} \frac{d\Omega_z}{dT},$$

$$\frac{d\Psi}{dT} = \Omega_z \quad \frac{d\Delta}{dT} = \Omega_\Delta$$

$$\frac{dX}{dT} = V_x \cos \psi - V_y \sin \psi,$$

$$\frac{dY}{dT} = V_x \sin \psi + V_y \cos \psi$$

На основании теоремы Пуанкаре рассогласование между решениями систем (1) и (9) оценивается величиной $O(\varepsilon)$ на конечный интервал времени $T \sim T_0$. В работе модели (9) рассматривается в качестве исходного при проведении асимптотических процедур методом теории сингулярных возмущений. В работе ставится задача упрощения исходной системы (2)-(4), (9) т.е. построение приближенных моделей более низкого порядка, позволяющие описывать как режим движения автомобиля без потери сцепления колес дорогой, так и режим движения при потере сцепления колес дорогой. Указанная модель должна быть пригодна для описания движений, возникающих при разгоне, торможении и заносе автомобиля. Проводится численно сравнение «велосипедной» модели четырехколесного модели движения автомобиля и [4], достоверность которого подтвержден большим числом испытаний. Рассматриваются движение при различных путевых скоростях, угла поворота передних управляемых колес и коэффициента сцепления. Показано, что при движении по сухой асфальтовой дороге с высокой путевой

скоростью и малых углов поворота передних колес угол крена является достаточно малым (порядка 10-2) и после истечения времени переходного процесса остается практически неизменным, что не приводит к значительным перераспределениям нагрузки между левым и правыми колесами одной оси.

При движении по сухому асфальту с невысокой путевой скоростью и большим углом поворота передних колес наблюдается похожая ситуация. Погрешность определения положения продольной оси автомобиля и угловой скорости корпуса на начальном этапе движения в силу «велосипедной» модели увеличивается по сравнению с предыдущим случаем, но по-прежнему остается приемлемо

Таким образом, показано, что параметры, начальных условий, возмущения и управлений, обеспечивающих движение автомобиля с достаточно малым (изменяющимися существенно после истечения времени переходного процесса) углам крена, перераспределение нагрузки между колесами одной оси является незначительным. В этом случае при малых различия характеристик сцепления колес одной оси с дорогой различия между «велосипедной» и четырехколесной моделями автомобиля как в режиме движения с малым проскальзыванием колес относительно дороги, так и при движении в режим заноса, являются приемлемыми.

Список литературы

1. Богатырёв, А.В. Автомобили /А.В. Богатырёв, Ю.К. Есеновский-Лашков [и др.]. М.:Колос,2001. 496 с.
2. Вахламов, В.К. Автомобили: Теория и конструкция автомобиля и двигателя [текст]/Под ред. А.А. Юрчевского. М.:Академия, 2003. 816с.
3. Вахламов, В.К. Техника автомобильного транспорта: Подвижной состав и эксплуатационные свойства /В.К. Вахламов. М.:Академия, 2004. 528с.
4. Проскурин, А.И. Теория автомобиля. Примеры и задачи: Учебное пособие [текст]/А.И. Проскурин. Пенза: ПГАСА, 2002. 124с.