

Управление персоналом: учебное пособие. – Мн.: Экоперспектива, 2005. – 352 с.

2. Жукова Г.С. Высшая математика. Математическая статистика / Жукова Г.С., Бритвина В.В., Муханов С.А. // Международный журнал экспериментального образования. 2016. № 12-1. С. 88-89.

3. Генкин Б.М. Экономика и социология труда: уч. для вузов. 5-е изд., доп. М.: Норма, 2003. – 416 с.

4. Любушин М.П., Лещева В.Б., Дьякова В.Г. Анализ финансово-экономической деятельности предприятия. Учебное пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 369 с.

5. Экономика предприятия: Учеб. 3-е издание, перераб. и доп. / Семенов В.М., Баев И.А., Терехова С.А., Чернов А.В.; Под ред. Семенова В.М. М.: Центр экономики и маркетинга, 2001. – 360 с.

## ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ В КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКЕ



### Плешко Сергей Владимирович

Транспортный факультет, Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов. Курс 2, группа 161-121, Московский политехнический университет



### Конюхова Галина Павловна

кандидат педагогических наук, доцент Центра математического образования, Московский политехнический университет

**Аннотация:** В статье изучено применение интегралов в компьютерной графике, а именно в 3-D моделирование. Одним из путей совершенствования технологий в этом направлении является применение математических методов для расчёта параметров изображения с помощью интеграла.

**Abstract:** In the article, the use of integrals in computer graphics, namely in 3-D modeling. One of the ways of improvement of technologies in this direction is the application of mathematical methods for parameters calculation image by using the integral.

**Ключевые слова:** Интегрирование, 3-D моделирование, графическая система, компьютерная графика.

**Key words:** Integration, 3-D modeling, graphics system, computer graphics.

**Введение.** Графическая система работает с цветом и светом. Фотокамера измеряет свет, попавший на ее сенсоры. Свет преобразуется в цвет и оцифровывается. При этом создает изображение. Нужно понимать, что такое свет и цвет, зачем нужно преобразование из света в цвет. Полученное изображение хранится в цифровой форме. Затем изображение передается для показа на устройство вывода, как правило – монитор, где происходит обратное преобразование из цвета в свет, который затем и воспринимается человеческим глазом. Для моделирования этого процесса нужно узнать принципы формирования излучения монитором и свойства преобразования из цвета в свет (рис.1).

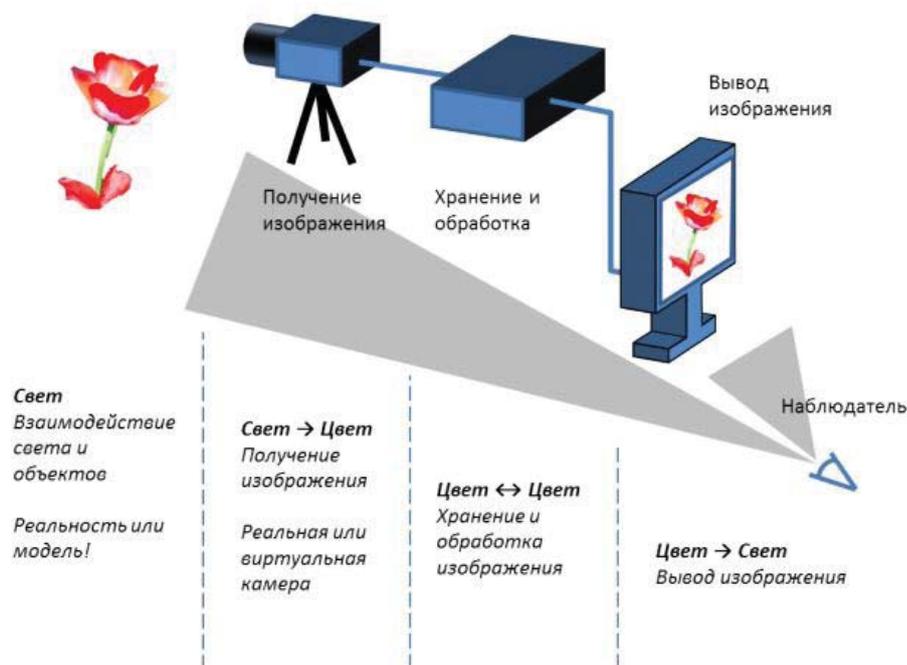
Человеческий глаз чувствителен в ограниченном диапазоне спектра – от 380 до 780 нм. Более того, в этом диапазоне чувствительность неравномерна. Например, воспринимаемая яркость

монохроматического излучения на длине волны 450нм намного меньше, чем у излучения такой же мощности на длине волны 550нм. В связи с этим, организация «Международная Комиссия по Освещению» (МКО) провела эксперименты со светом, результатом которых стала кривая спектральной световой эффективности  $V(\lambda)$  (иногда ее называют “Ви-лямбда”).

Эта кривая (рис. 2.) задает усредненную чувствительность человеческого зрения по отношению к длине волны излучения. Имея произвольное спектральное распределение, можно высчитать его воспринимаемую мощность, домножив мощность на каждой длине волны на  $V(\lambda)$ :

$$Q_u^f = 683 \int_{380}^{780} Q_u V(\lambda) d\lambda$$

где  $Q_u$  – одна из радиометрических величин. Полу-



**Рисунок 1. моделирования процесса воспроизведение**

чившиеся величины называются фотометрическими и имеют специальные названия.

Ватты после взвешивания кривой спектральной чувствительности глаза превращаются в люмены. Полная видимая мощность лампы (световой поток) измеряется в люменах. Яркость бесконечно удаленного источника (Сила света) измеряется в канделах. Кандел – наиболее часто используемая единица в светотехнике, остальные единицы можно выводить из нее. Одна кандела соответствует силе света некоторой стандартной свечи. Освещенность поверхности (Световая освещенность) измеряется в люксах – люмен на метр квадратный. Люксы фигурируют, например, в стандартах на освещенность офисных помещений и т.п. Яркость точки (световая яркость) задается в канделах на метр квадратный, другое наименование этой единицы – нит.

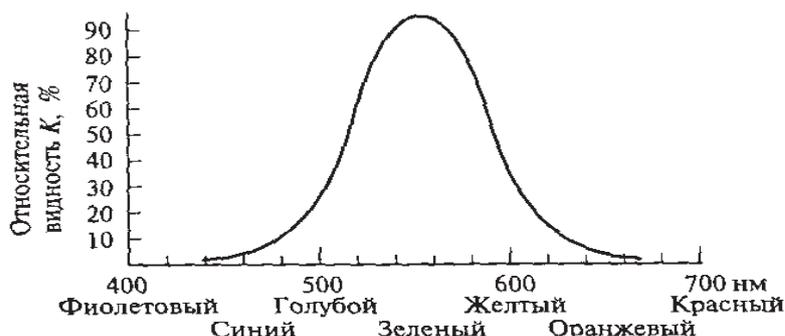
Зачем в компьютерной графике нужна каждая из этих единицы? С данной терминологией надо быть знакомыми, чтобы ориентироваться в моделировании реальных источников света, мощности которых заданы в реальных единицах. Кроме того, яркость

в силу своего свойства сохраняться при передаче между объектами используется в трассировке лучей и других алгоритмах компьютерной графики. Расчет освещенности также часто используется в синтезе фотореалистичных изображений.

Цель графической системы – визуализировать объект, создать изображение, видимое человеком. Поэтому из всего диапазона возможных спектров нам нужно только то, что видит человек (380-780нм.). Поэтому нам нужно будет разобраться в устройстве восприятия светом человека и построить модель этого процесса. За основу мы возьмем человеческий глаз.

Процедура восприятия света с точки зрения распространения лучей света, попадающих в глаз, состоит из следующих шагов:

- световые лучи входят в глаз через роговицу (происходит фокусировка светового потока);
- проходят через зрачок, окруженный радужкой (происходит изменение количества света, необходимое для расширения диапазона восприятия яркостей);



**Рисунок 2. Кривая спектральной световой эффективности  $V(\lambda)$**

- проходят через хрусталик (здесь происходит дальнейшая фокусировка потока для создания резкого изображения объекта на сетчатке);
- проходят через прозрачное стекловидное тело;
- попадают на сетчатку, с помощью химических процессов.

### Трихроматическая теория

На основе представлений об устройстве человеческого глаза разными учеными выдвигалась так называемая трихроматическая (trichromacy) теория. М. В. Ломоносов (1756), Томас Юнг (1807), Гельмгольц (1852). Эта теория говорит о том, что  $S$ ,  $M$  и  $L$  колбочки находящиеся в нашем глазе действуют как фильтры, посылая в мозг только одно, уникальное "число" как результат облучения некоторым световым потоком. Т.е., если представить чувствительность каждого из типов колбочек виде математических функций  $S(\lambda)$ ,  $M(\lambda)$ ,  $L(\lambda)$ , то в результате облучения некоторым светом с распределением  $C(\lambda)$ , итоговую реакцию колбочек можно представить в виде трех чисел:

$$s = \int S(\lambda)C(\lambda)d\lambda$$

$$m = \int M(\lambda)C(\lambda)d\lambda$$

$$l = \int L(\lambda)C(\lambda)d\lambda$$

В компьютерной графике уравнение рендеринга – интегральное уравнение, которое определяет количество светового излучения в определенном направлении как сумму собственного и отраженного излучения. Уравнение впервые было опубликовано в работах David Immel и James Kajiya в 1986 году. Различные алгоритмы компьютерной графики решают это основное уравнение.

Уравнение рендеринга определяет общее количество света, испущенного из заданной точки  $x$  по заданному направлению, учитывая функцию входящего излучения и двунаправленную функцию распределения отражения (рис. 3).

Рендеринг – это попытка решения некоего уравнения, описывающего распространение света в трехмерной сцене, причем уравнение это учитывает только корпускулярные свойства света. Уравнение рендеринга выглядит так:

$$L_0(x, w) = L_e(x, w) + \int_{\Omega} f_r(x, w', w)L_i(x, w')(w' \cdot n)dw'$$

где  $L_0$  – свет, излучаемый поверхностью в точке  $x$  в направлении вектора  $w$ ,  $L_e$  – излученный свет в той же точке и в том же направлении, а выражение под знаком интеграла – это бесконечная сумма излучений, пришедших в точку поверхности из пространственной полусферы и отраженных поверхностью в соответствии с ее «отражательной способностью», описываемой с помощью функции  $f_r$ :

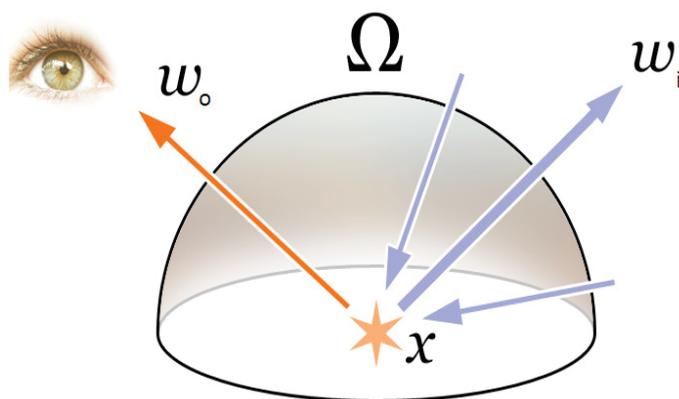


Рисунок 3. Уравнение рендеринга

В «словесной» интерпретации уравнение рендеринга выглядит так: освещенность в точке поверхности складывается из энергии лучей, пришедших напрямую от источников света и энергии лучей от тех же источников, но претерпевших отражения от других поверхностей в трехмерной сцене. Плюс, конечно, собственные свойства поверхности, как источника света – в 3D-программах «последнего поколения» источником света может быть не только «специальный» объект (как правило, или совсем не имеющий, или имеющий очень простую «геометрию»), но вообще любой объект в сцене.

После проведения еще нескольких операций, не связанных с интегралами, мы можем получить картинку, полностью подходящую нашим требованиям. Например, такой автомобиль (рис. 4):



Рисунок 4. Графический пример проекта в 3D-программах

Теперь с помощью одного интеграла и нескольких операций мы можем визуализировать всю необходимую нам информацию.

### Список литературы

1. Джереми Бирн. «Моделирование освещения и рендеринг.»
2. Джесси Рассел. «Объемный рендеринг.»