

УДК 519.168
ББК 22.151.5

С. Е. ЧЕРНЕНКО

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКОГО
АЛГОРИТМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ
КОММИВОЯЖЁРА**

*МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Г. МОСКВА*

***Аннотация:** В работе рассмотрен способ применения генетического алгоритма для решения задачи коммивояжёра. Рассмотрены его преимущества и сделаны выводы по применимости данного алгоритма.*

***Ключевые слова:** имитационное моделирование, генетический алгоритм, задача коммивояжёра, поиск пути.*

ВВЕДЕНИЕ

Генетический алгоритм является эвристическим алгоритмом поиска. Данный алгоритм используется для решения многих задач, в том числе и для решения задач оптимизации [1]. Данный алгоритм проводит поиск решения путём операций наследования, мутации, скрещивания и селекции. Также данный алгоритм обладает высокой и относительно простой модифицируемостью, так как данный алгоритм можно адаптировать под условия конкретной задачи. Например, в данный алгоритм можно добавить возможно учитывать время: на разгрузку и загрузку транспортного средства в городе, приоритет очерёдности доставки товаров в города, а также многие другие условия конкретной задачи. Модифицируемость данного алгоритма является серьёзным преимуществом данного метода [2]. Данный алгоритм был реализован на языке Python 3.

Основные понятия:

- Особь — набор генов, являющихся промежуточным или конечным решением задачи.
- Мутация — изменение участка генома особи (см. рисунок 22).
- Скрещивание — процесс объединения двух участков генома, взятых у разных особей, в результате которого получается новая особь (см. рисунок 23).
- Селекция (отбор) — процесс, в результате которого в популяции особей, максимально приспособленные особи увеличивают свою численность, а наименее приспособленные уменьшают.
- Наследование (формирование нового поколения) — передача генов от одного поколения к другому [3].

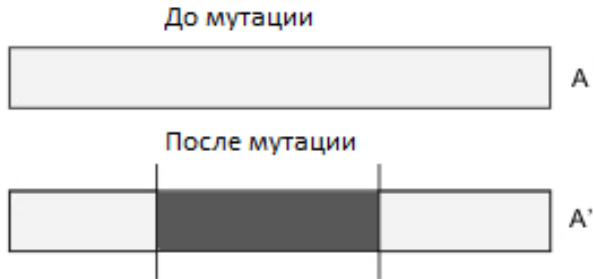


Рисунок 22 - Мутация



Рисунок 23 - Скрещивание

Генетический алгоритм (см. рисунок 24):

1. Генерация первого поколения особей;
2. Скрещивание или мутация особей;
3. Селекция;
4. Формирование нового поколения;
5. Если не достигнут результат, то перейти к шагу 2, иначе к шагу 6;
6. Вывод особей в качестве ответа [4]

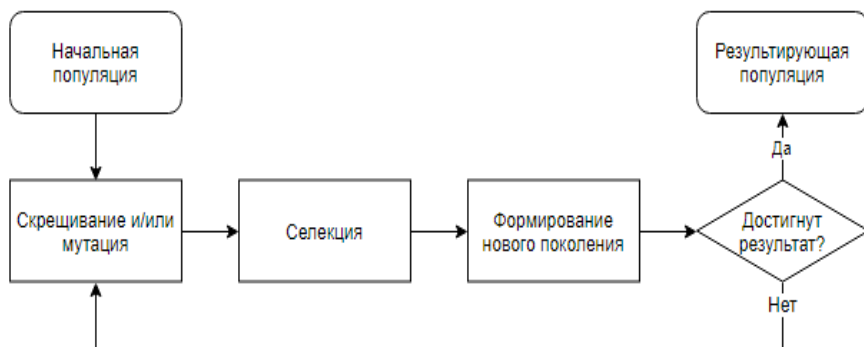


Рисунок 24 - Генетический алгоритм

Ген обозначает номер города, положение гена в цепочке генов определяет очерёдность посещения городов. Ген представляется в виде числа, число строго не отрицательное и не превышает N , где N — количество городов. Количество генов равно N .

Генетический алгоритм был адаптирован под решение задачи о коммивояжёре, для более быстрого поиска решения. Адаптация заключается в следующем:

1. Гены не могут повторяться;
2. В результате операций мутации и скрещивания в цепочке не появляются одинаковые гены;
3. Генерация первого поколения производится случайным образом, с соблюдением условия отсутствия повторения генов[5].

Отсутствие одинаковых генов связано с тем, что по условию задачи нельзя посещать один город дважды. Таким образом это позволило уменьшить количество возможных вариантов ответа с N^N до $N!$, что существенно повышает скорость схождения алгоритма.

Сортировка особей проводится в два этапа. Первый — это оценка качества особей, где качество особи основано на сумме длины маршрута и наложенных штрафов, за непопадание в окно при доставке груза и недоставку груза, оставшегося на складе: чем длиннее маршрут и больше штрафов, тем хуже особь. Второй — это сортировка методом пузырька, от лучших к худшим.

Селекция проводится с помощью сортировки списка особей от лучших к худшим и отбора особей, методом случайного отбора с преимущественным отбором более сильных особей с помощью формулы: $[(\text{rand} * \text{rand}) * N]$, где rand — случайное число в интервале $(0;1)$, N — количество городов, а $[\]$ — целая часть числа, с округлением в меньшую сторону. Данная операция отбирает особи, которые пойдут в следующее поколение, расположенные ближе к началу отсортированного списка с более высокой вероятностью, но чем дальше особь от начала списка, тем ниже вероятность её выбора.

Мутация проводится над случайным участком генома особи, длина изменяемого участка случайна. Мутация заключается в перемещении участка генома в другой случайный участок, либо в зеркальном отображении участка генома, позволяя изменить очерёдность городов в маршруте.

Перед проведением операции скрещивания требуется выбрать две особи, первая особь соответствует особи, которой выпала операция скрещивания, вторая выбирается по формуле: $[(\text{rand} * \text{rand}) * N]$. Операция скрещивания проводится путём замены случайного участка у первой особи, случайным участком из второй особи; длина участка случайна. Также гены, в результате замены которых будет вызвано повторение генов, не заменяются. Данная операция позволяет передать участок генома от второй особи к первой, который, с некоторой вероятностью, будет лучше заменяемого. Вероятность зависит от количества городов, длины передаваемого участка генома, а также от качества особей [5].

Генетический алгоритм был протестирован на множестве из 66 точек.

Длина маршрута, найденного с помощью генетического алгоритма, составила 6.53 (см. рисунок 26).

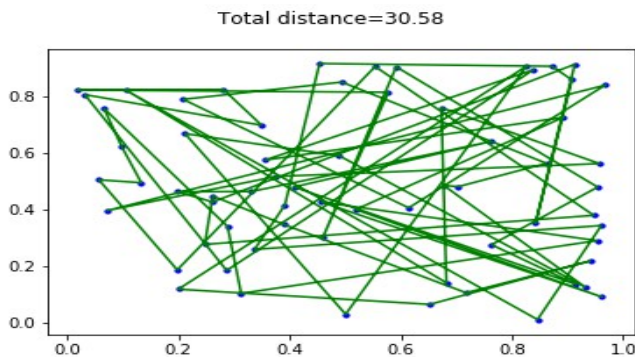


Рисунок 25 - Случайный путь

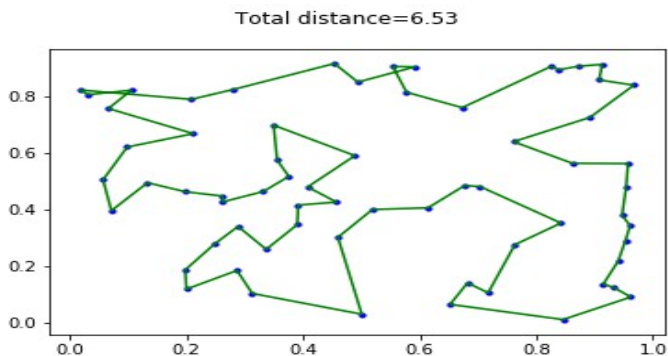


Рисунок 26 - Оптимизированный путь

ЗАДАЧА КОММИВОЯЖЁРА

Задача коммивояжёра — одна из самых известных задач комбинаторной оптимизации, заключающаяся в поиске самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный город. В условиях задачи указываются критерий выгодности маршрута (кратчайший, самый дешёвый, совокупный критерий и тому подобное) и соответствующие матрицы расстояний, стоимости и тому подобного. Как правило, указывается, что маршрут должен проходить через каждый город только один раз — в таком случае выбор осуществляется среди гамильтоновых циклов.

Оптимизационная постановка задачи относится к классу NP-трудных задач, впрочем, как и большинство её частных случаев. Версия «decision problem» (то есть такая, в которой ставится вопрос, существует ли маршрут не длинее, чем заданное значение k) относится к классу NP-полных задач. Задача коммивояжёра относится к числу трансвычислительных: уже при относительно небольшом числе городов (66 и более) она не может быть решена методом перебора вариантов никакими теоретически мыслимыми компьютерами за время, меньшее нескольких миллиардов лет.

ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЁРА

Для решения практической задачи требуется решить задачу о нескольких коммивояжёрах, которая состоит в следующем: дано M транспортных средств и N городов, также дано расстояние между городами. Требуется построить маршруты для транспортных средств так, чтобы затрачиваемое время было минимальным. Каждая точка должна быть посещена ровно один раз. Точка отправления (т.е. депо) для транспортных средств не задаётся.

Для решения поставленной задачи было решено использовать генетический алгоритм. Ранее реализованный генетический алгоритм для решения классической задачи коммивояжёра модифицирован следующим образом:

1. Особь состоит из нескольких отдельных участков генов, количество которых равно количеству транспортных средств;
2. Так как каждый ген в цепочке соответствует своему городу, то ген не может повторяться в отдельно взятой цепочке генов, также, как и в нескольких различных участках генов особи;
3. Количество генов у отдельных участков генов особи динамически изменяется, но общее количество генов фиксировано и равняется количеству городов N .

Создание отдельных участков генов обусловлено тем, что требуется распределять города между транспортными средствами, с последующей оптимизацией маршрутов движения транспортных средств через города. Таким образом далее особь представляет собой двухмерный массив.

Гены в особи не повторяются, то есть каждый город посещается не более одного раза, что соответствует условию задачи.

Фиксированное общее количество генов в особи позволяет посетить все города, а динамическое изменение количества генов в участках генов особи позволяет оптимально распределять города между транспортными средствами, т.к. в оптимальном решении транспортные средства могут посещать разное количество городов.

Далее качество особи преимущественно зависит от длины её максимального маршрута, также учитывается длина остальных маршрутов, но в меньшей степени.

В связи с внесёнными изменениями потребовалось внести модификации в функции мутации и скрещивания.

Далее мутация состоит из двух независимых блоков: мутация особи и мутация участка генов особи. Так как отдельно взятый участок генов представляет собой классическую задачу о коммивояжёре, то для реализации мутации участка генов может использоваться ранее реализованная операция мутации без внесения изменений.

Операция мутации особи представляет собой распределение городов между транспортными средствами. Распределение городов происходит двумя различными операциями. Первая операция состоит в следующем: в мутируемой особи, случайным образом выбираются два участка генов особи, в первом участке выбирается случайный сегмент генома случайной длины, далее данный участок вставляется в геном второго участка на случайную позицию. Вторая операция заключается в том, что в мутируемой особи случайным образом берутся два участка генома особи, далее в каждом выбирается один сегмент генов, длина сегментов одинаковая и задаётся случайным образом. Далее происходит обмен сегментами генов между выбранными участками генов особи.

ТЕСТИРОВАНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

Было проведено тестирование реализованного алгоритма на множестве, состоящем из 50, 75 и более точек, с тремя и более транспортными средствами. Точное решение неизвестно. Далее представлен результат тестирования на множестве, состоящем из 50 точек (см. рисунок 27), для трёх транспортных средств, в связи с наибольшей наглядностью.

Маршруты, построенные на множестве из 50 точек, длина самого длинного маршрута составляет 2.6, время поиска маршрута составило 300.4 секунд. Координаты точек генерируются случайным образом в интервале (0; 1).

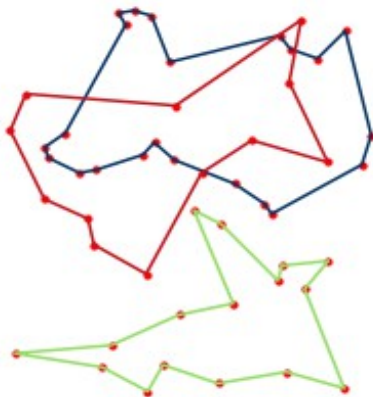


Рисунок 27 - Маршрут для задачи о нескольких коммивояжёрах построенный с помощью генетического алгоритма

Также проведены тестирования на 25 точках (см. рисунок 28, 29), на 50 точках (см. рисунок 30, 31) и на 75 точках (см. рисунок 32, 33).

Iteration #000000

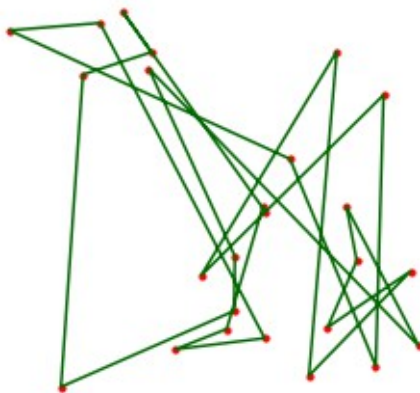


Рисунок 28 - Итерация 0 Точек 25 Время 0.0 Длина 9.94

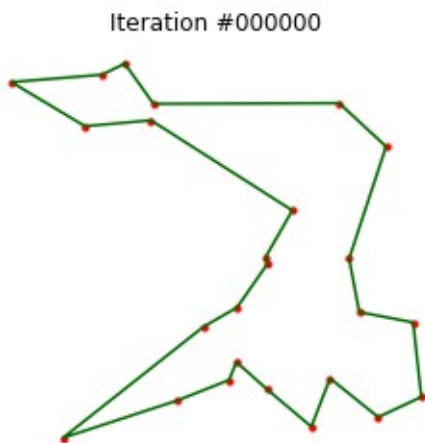


Рисунок 29 - Последняя итерация Точек 25 Время 33.4 Длина 4.1

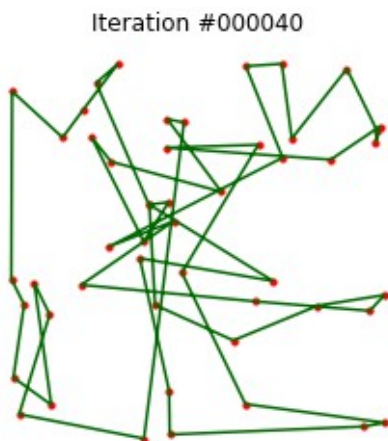


Рисунок 30 - Итерация 40 Точек 50 Время 13.7 Длина 12.2

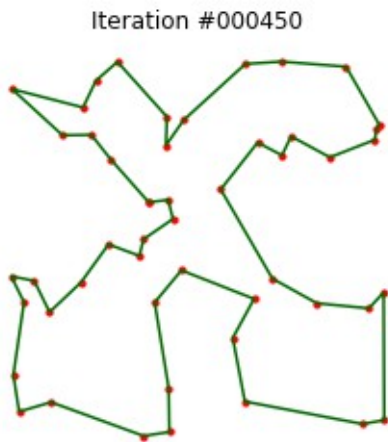


Рисунок 31 - Итерация 450 Точек 50 Время 174.8 Длина 6.1

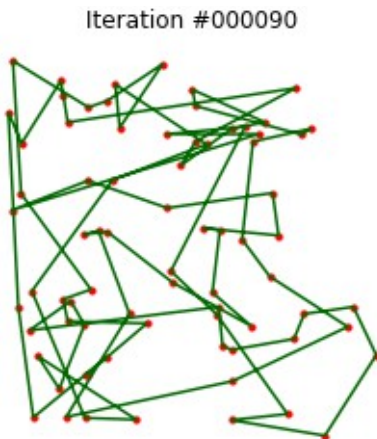


Рисунок 32 - Итерация 90 Точек 75 Время 83.8 Длина 15.5

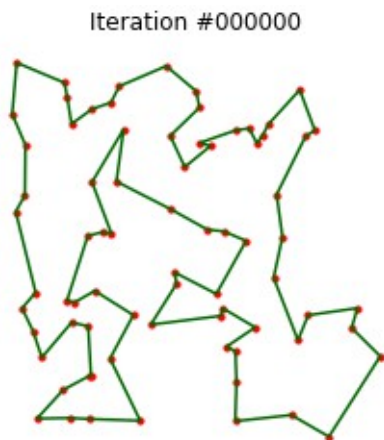


Рисунок 33 - Последняя итерация Точек 75 Время 716.9 Длина7.2

ВЫВОДЫ

Был рассмотрен генетический алгоритм для решения задачи коммивояжёра. Данный алгоритм был протестирован с различными параметрами в задаче со множеством точек, которую невозможно решить методом грубой силы за обозримое время.

В противовес методу грубой силы, генетический алгоритм позволяет получить для данной задачи удовлетворительный результат за приемлемое время.

ЛИТЕРАТУРА

1. Генетический алгоритм. Просто о сложном [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://habr.com/post/128704/>
2. Т. Сегаран. Программируем коллективный разум, испр.: Пер. с англ./ Тоби Сегаран. — М.: «Издательство Символ-Плюс», 2008. — 368 с.
3. Популярно о генетических алгоритмах [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://algotlist.manual.ru/ai/ga/ga1.php>
4. Генетический алгоритм — наглядная реализация [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://habr.com/post/254759/>.
5. В. Емельянов Теория и практика эволюционного моделирования. — М: Физматлит, 2003. — 432 с