

**ЧАСТЬ IV. «ИНЖЕНЕРНАЯ
МЫСЛЬ»**



А. М. ГАРАЕВ,
Р. МУТАЛЛАПОВ

**АНАЛИЗ СТАТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ
ПУТЁМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КРИТИЧЕСКОЙ
НАГРУЗКИ**

*КАЗАНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. А. Н. ТУПОЛЕВА
Г. КАЗАНЬ*

Аннотация: В статье рассматривается подход теоретического сопровождения натурных испытаний хвостовых балок вертолётов типа Ми-8 и Ансат. В качестве математических моделей этих конструкций при теоретическом расчёте принимаются цилиндрические панели, находящиеся под влиянием изгибающего и крутящего моментов, которые приводят к растяжению(сжатию) панелей и сдвигу. Дан подход к оценке критической нагрузки потери устойчивости с учётом известных из эксперимента величин, характеризующих эволюцию напряжённо деформированного состояния перед потерей устойчивости.

Ключевые слова: нагрузки, деформация, критическая нагрузка, потеря устойчивости.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается подход теоретического сопровождения натурных испытаний хвостовых балок вертолётов. В качестве математических моделей этих конструкций при теоретическом расчёте принимаются цилиндрические панели. Вопрос об устойчивости пластин и цилиндрических панелей при комбинации усилий сжатия и сдвига рассматривался рядом авторов, в частности Григолоком Э. И., Кабановым В. В., Иерусалимским К. М., Фоминым В. П. [1, 2]. Однако он не потерял актуальности и по сей день, особенно для случаев, когда комбинация усилий не меняется пропорционально одному параметру. Другой важный вопрос — влияние моментности исходного состояния. Оно проявляется в появлении дополнительных, сопутствующих основным, напряжений срединной поверхности и местных искривлений оболочки. Эти дополнительные факторы понижают устойчивость оболочек. Исследования в области прогноза несущей способности привели к созданию различных методов: динамических, жёсткостных, энергетических, F/S метода или метода Саусвелла, комбинированных. Наиболее известным является метод Саусвелла (F-усилие, S-прогиб или обобщённая деформация). Эксперименты на панелях, подверженных одновременному действию сжатия, изгиба и сдвига показали, что F/S метод открывает возможность параллельного исследования местной и общей потери устойчивости сложных систем. Однако начальные признаки этого состояния в эксперименте трудно обнаружить из-за неоднозначности определения S. Постановка задачи: разработка приближенного

численного подхода для теоретического сопровождения натурального эксперимента, когда исходное напряжённое деформированное состояние (до потери устойчивости) определяется по данным тензометрирования испытываемого объекта, а зависимость определителя устойчивости от прикладываемой в процессе испытаний нагрузки позволяет вести прогноз критического состояния без разрушения конструкции.

УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ ПРИ КОМБИНАЦИИ УСИЛИЙ СЖАТИЯ И СДВИГА

Рассмотрим изотропную цилиндрическую панель длиной L , радиусом R , толщиной δ , длиной дуги s . Механические характеристики материала панели определяются модулем упругости первого рода E , коэффициентом Пуассона μ . Начало координат расположено в одном из углов панели. Ось координат X направлена по длине панели, ось координат Y направлена по дуге панели, ось координат Z направлена по радиусу панели наружу. Панель защемлена по координате X , кромки по координате Y свободны. Панель нагружена вдоль оси X сжимающими усилиями $T(y)$, распределёнными по произвольному закону, и усилиями сдвига S , равномерно распределёнными по периметру панели. Рассматривается потеря устойчивости при воздействии нагрузок T и S , действующими как одновременно так и изолированно.

Дифференциальные уравнения устойчивости панели представлены ниже (формула 1, 2 и 3).

$$\nabla^2 \nabla^2 F - \left(\frac{E\delta}{R} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

$$D \nabla^2 \nabla^2 W + \frac{\partial x^2}{R \partial^2 F} + \frac{T y \partial W}{\partial x^2} - \frac{2S \partial^2 W}{\partial x \partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla^2 \nabla^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{2 \partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (3)$$

$$D = \frac{(E \delta^3)}{(12(1 - \mu^2))} \text{ —цилиндрическая жёсткость; } W(x, y), \text{ —прогиб,}$$

деформация панели по осям X и Y, F(x, y) —функция усилий. Далее, следуя [5] получаем конечно-разностный аналог уравнения.

В уравнения (1, 2 и 3) представить в матрично-векторном виде, они будут иметь следующий вид (формула 4):

$$[A_i]y_i + [B_i]y_{i+1} + [B_i]y_i + [G_i]y_{i-1} = 0, \quad (4)$$

где матрицы A, B, G характеризуют докритическое состояние и включают в себя искомые критические нагрузки T и S. Добавляя к (2) граничные условия, получаем окончательную однородную систему алгебраических уравнений.

Полученная система уравнений (2) однородна. Решение задачи сводится к нахождению наименьшего собственного определителя Δ , нахождение которого проводили методом прогонки или методом Гаусса.

Путём вычисления этого определителя для ряда значений усилий T(y), S количества полуволн по длине панели (m), и последующей интерполяции полученных значений определяется зависимость Δ от T(y), S, m и находятся корни уравнения. Наименьший из них определяет величину критической нагрузки. Циклический ход решения определяют известные формулы из [1], с помощью которой осуществляется движение от M_{n-1} к M_0 .

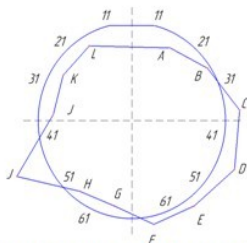
Определение критических нагрузок, создаваемых напряжениями усилий сжатия и сдвига, сопоставимы по точности с апробированным зависимым, приведённым в [1, 3]. Это позволяет использовать выражение (4) для получения новых надёжных результатов, когда усилия сжатия и сдвига действуют одновременно. Критическое состояние панели определятся здесь уже сочетанием усилий, действующих на панель. Это состояние в координатах усилий определяется кривой, отделяющей области устойчивого и неустойчивого состояний. Типичное уравнение, определяющее границу, отделяющую область устойчивости от неустойчивости представлено ниже (формула 5).

$$\left(\frac{S}{S_{кр}} \right) \frac{T}{T_{кр}} = 1 \quad (5)$$

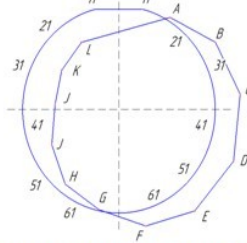
Алгоритм расчёта границ устойчивости с использованием системы (2) строится на базе определённых ранее при изолировании действию $S_{кр}$ и $T_{кр}$. Для этого при произвольных значениях усилий сдвига (например $0,2 \dots, 0,4 \dots 1,0 S_{кр}$) вычисляются величины сжимающих усилий. По полученным величинам комбинаций нагрузок строится кривая, аналогичная (3). Сравнение кривых полученных согласно (3) и предложенного выше алгоритма показывает разницу в результатах порядка 10-15%, что вполне приемлемо ввиду сложности задачи. Использование методов конечных разностей здесь, видимо, предпочтительней МКЭ, требующего достаточно мелкой сетки, так как здесь даже при достаточно грубом разбиении на участки длины стрингера, близком к координатам тензодатчиков, получается удовлетворительная точность.

Достоинством предлагаемого авторами алгоритма является возможность без увеличения трудоёмкости увеличить за счёт привлечения дополнительной информации о докритическом состоянии панели, полученной из эксперимента. Подход может быть полезен при теоретическом сопровождении натуральных испытаний летательных аппаратов или их агрегатов, когда с помощью показаний тензорезисторов, наклеенных на полках стрингеров и обшивке мы можем следить за реальным докритическим состоянием панели (Рисунок 4), т. е. знать законы изменения нормальных напряжений по дуге и касательных напряжений вдоль и следить за их эволюцией при возрастании нагрузки. Очевидно, что они будут переменны по дуге и длине образующей соответственно и могут меняться при возрастании нагрузки.

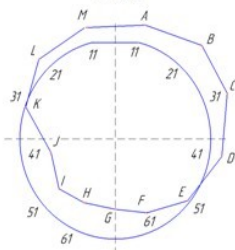
Касательные напряжения. Сечение А-А Вид по
полету



Касательные напряжения. Сечение Б-Б Вид по
полету



Нормальные напряжения. Сечение А-А Вид по
полету



Нормальные напряжения. Сечение Б-Б Вид по
полету

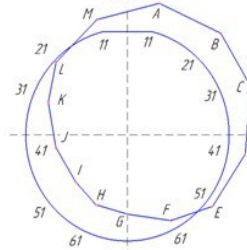


Рисунок 4 - Диаграммы касательных и нормальных напряжений В сечениях А-А и Б-Б хвостовой балки при нагрузке 67%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Достаточно распространенным является случай, когда потеря устойчивости, связанная с действием касательных сил или напряжений, сопровождается образованием в панели прогиба в виде системы косых волн уже при 30-40% расчётной нагрузки. Зафиксировав эту величину касательных усилий, можно с помощью определителя вести прогноз критической нагрузки, не доводя конструкцию до разрушения. В этом случае надо находить корни полного определителя из графика $\Delta(T)$ (Рисунок 5), имеющего вид прямой линии.

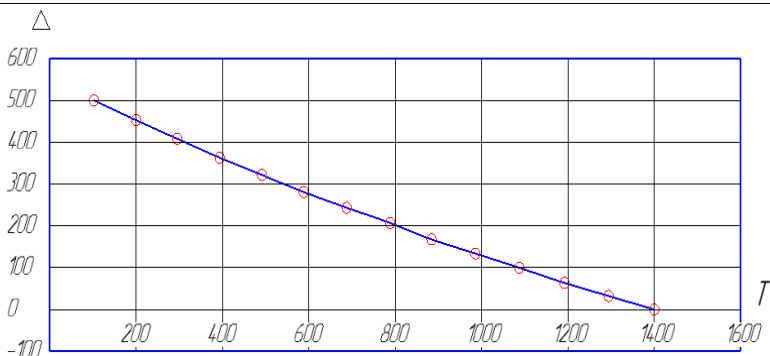


Рисунок 5 - Зависимость определителя устойчивости сжимающей нагрузки.

При проведении натурального эксперимента может быть полезен приём, когда по известным из эксперимента результатам вычисляется определитель по мере роста нагрузки, позволяющий на этой базе получить прогноз на разрушающую нагрузку. По трудоёмкости эта задача проще исходной, так как она опирается на контрольные точки, взятые из эксперимента. Прогноз критической нагрузки без разрушения конструкции можно вести с помощью последовательного вычисления полного определителя. Достоверность прогноза может быть увеличена за счёт проведения идентификации упругих параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. устойчивость оболочек. Издательство «Наука» 1978г. С 88-97, 173-190, 242-249.
2. Иерусалимский К.М., Фомин В.П. Параметрические исследования устойчивости анизотропной пластинке при комбинированной нагрузке. Труды ЦАГИ, выпуск 2651, 2001. С. 57-64.
3. Михеев Р.А. Прочность вертолетов. М.«Машиностроение» 1984 г. С. 211-213.
4. Костин В.А., Торопов М.Ю., Снегурченко А.П. Обратные задачи прочности летательных аппаратов. Изд-во Казан.гос. Техн. ун-та, 2002. С.22-229.
5. Костин В.А., Пахов В.П. Вестник КНИТУ-КАИ им. А.Н.Туполева. 2015. С.55-64.